



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS DO PARÁ
SERVIÇO DE DOCUMENTAÇÃO E INFORMAÇÃO

FCAP INFORME DIDÁTICO

13

Deduções Taqueométricas

Everaldo Carmo da SILVA

Belém
1997

**FINALIDADE DAS SÉRIES : FCAP. INFORME TÉCNICO
FCAP. INFORME DIDÁTICO
FCAP. INFORME EXTENSÃO**

Divulgar informações sob as formas de :

- a) Resultados de trabalhos de natureza técnica realizados na região.
- b) Trabalhos de caráter didático, principalmente os relacionados ao ensino das ciências agrárias.
- c) Trabalhos de caráter técnico direcionados à comunidade e relacionados ao desenvolvimento regional.

NORMAS GERAIS :

- A normalização dos trabalhos segue as normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas — ABNT;
- O título deve ser representativo e claro;
- Partes essenciais do trabalho : resumo
introdução
corpo do trabalho
conclusão
referências bibliográficas
- O resumo deverá ser traduzido para um idioma de difusão internacional, de preferência o inglês.
- As referências bibliográficas deverão seguir a norma NB-66 da ABNT.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS DO PARÁ
SERVIÇO DE DOCUMENTAÇÃO E INFORMAÇÃO

ISSN 0100-9923

DEDUÇÕES TAQUEOMÉTRICAS

Everaldo Carmo da SILVA

Belém
1997

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO ESPORTO

Ministro
Paulo Renato Souza

FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS DO PARÁ

Diretor
Paulo Luiz Contente de Barros

Vice-Diretor
Ítalo Augusto de Souza Albério

Comissão Editorial
Edilson Rodrigues Matos
George Rodrigues da Silva
Haroldo Francisco Lobato Ribeiro
Manoel Malheiros Tourinho
Marly Maklouf dos Santos Sampaio (Presidente)
Virgílio Ferreira Libonati
Waldenei Travassos de Queiroz
Walmir Hugo Pontes dos Santos

Endereço
Av. Tancredo Neves s/nº
CEP: 66.077-530 - Belém- Pará - Brasil
Fax: (091) 226 3814
E-mail: fcap@amazon.com.br

SILVA, Everaldo Carmo da. *Deduções taqueométricas.*
Belém: FCAP. Serviço de Documentação e
Informação, 1997. 15p. (Informe Didático, 13).

CDD - 526.98
CDU - 528.425

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO	6
2 - ELEMENTOS DA TAQUEOMETRIA	7
3 - FORMULAÇÃO	8
4 - APLICAÇÃO NUMÉRICA	13
5 - CONCLUSÃO	15
BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	15

DEDUÇÕES TAQUEOMÉTRICAS

Everaldo Carmo da SILVA¹

RESUMO: *Este trabalho apresenta um desenvolvimento matemático das fórmulas da taqueometria, com intuito de constatar o grau de contribuição do termo de correção às fórmulas convencionais, com emprego do teodolito, tanto para medida horizontal quanto vertical. Apresenta, também, duas aplicações numéricas, apenas dos termos de correção, para que o leitor possa avaliar o grau de significância da contribuição.*

TERMO PARA INDEXAÇÃO: Taqueometria, Taqueômetro, Teodolito, Agrimensura, Geodésia, Estadimétrico, Luneta.

TACHYMETRY DEDUCTIONS

ABSTRACT: *This work introduces a mathematics developing of the formulas of tachymetry, with the purpose to verify the degree of contribution of the correction term to the conventional formulas, with the application of the theodolite, as for horizontal measure as vertical. It also shows two numerical applications, just of the correction terms that the reader can estimate the degree of the contribution meaning.*

INDEX TERMS: Tachymetry, Tachymeter, Theodolite, Surveying, Geodesy, Stadinmetric, Field-Glass

¹ Engenheiro Agrônomo, M.S., Professor Adjunto da FCAP e da Escola Técnica Federal do Pará.

1 - INTRODUÇÃO

A Taqueometria é uma técnica capaz de determinar, simultaneamente, a distância horizontal e vertical, indiretamente. O instrumento específico para aplicação desta técnica é chamado de Taqueômetro **Autoredutor**. Todavia, este instrumento não ganhou popularidade, sendo substituído pela versatilidade do Teodolito, o qual é de uso irrestrito na aplicação da Taqueometria.

A Taqueometria continua com seu espaço de atuação garantido no campo da Agrimensura, no que tange à demarcação e levantamento de terrenos, principalmente, rurais, e leva vantagens em termos de rapidez, comparando com a técnica de medição direta, quando atua em áreas de topografia acidentada.

Os instrumentos topográficos convencionais estão gradativamente sendo substituídos por instrumentos **eletro-ópticos**. Porém, convém salientar que o **Teodolito Eletro-óptico** não é eficaz em qualquer situação, a exemplo de serviços em áreas onde o revestimento florístico é denso, o que impediria a livre propagação da onda portadora. Se não bastasse, hoje, desfruta-se de uma nova tecnologia chamada GPS (Sistema de Posicionamento Global), a qual se baseia no rastreamento de satélites artificiais destinados à **Geodésia**. Essa tecnologia veio renovar alguns conceitos no âmbito da Agrimensura, facultando, assim, a execução de certos serviços de campo com maior rapidez e precisão em comparação com os métodos convencionais.

A idéia de desenvolver este trabalho surgiu das deduções das fórmulas usadas pela Taqueometria, com emprego do teodolito. Nas deduções são feitas algumas aproximações, as quais sempre despertaram curiosidade no sentido de encontrar os devidos termos de correção às fórmulas convencionais, tanto para medida horizontal quanto vertical, e as correspondentes contribuições numéricas, pois esse assunto é pouco comentado pelos autores do ramo.

2 - ELEMENTOS DA TAQUEOMETRIA

Os elementos taqueométricos observados no campo são:

- a) leitura estadimétrica correspondente à imagem do fio superior (FS);
- b) leitura estadimétrica correspondente à imagem do retículo horizontal ou fio médio (FM);
- c) leitura estadimétrica correspondente à imagem do fio inferior (FI);
- d) altura absoluta do teodolito (i);
- e) distância zenital (z) resultante da posição direta e inversa da luneta (PD e PI).

A Figura 1 mostra a configuração dos fios estadimétricos.

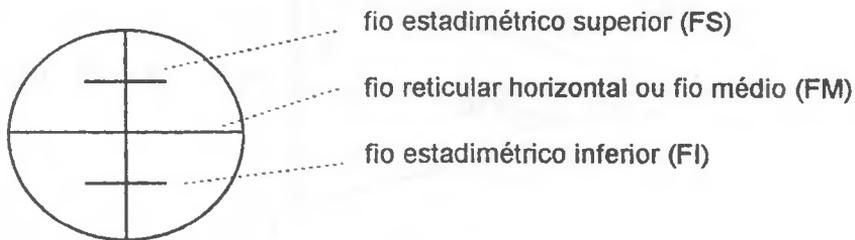


Figura 1 - Configuração dos fios estadimétricos

A estádia topográfica, também conhecida por mira-falante, neste trabalho, é considerada do tipo vertical, cuja graduação é de 1 em 1 cm. Baseado na graduação, um erro de leitura de 1 mm pressupõe um erro na distância horizontal de aproximadamente 10 cm. Quando a luneta estiver horizontalizada, o mesmo erro de leitura acarreta um erro relativo de 1/100, cuja técnica é chamada de Estadimetria.

As experiências de campo mostram que visadas com lances longos comprometem sobremaneira a estimativa dos milímetros da graduação da estádia, como também, lances curtos, o erro, que é peculiar a técnica, pode comprometer a precisão do trabalho. Sugere-se aqui limitar os lances entre 50 e 150 m, além dessa faixa executar as medidas com trena. Geralmente a metodologia de campo cerca-se de procedimentos para evitar erros grosseiros e minimizar erros sistemáticos. As poligonais taqueométricas, em geral, são executadas procedendo visadas recíprocas e não simultâneas (visada vante e ré),

e em cada sentido observa-se leituras estadimétricas nas duas posições da luneta, direta e inversa, cujas distâncias tanto horizontal quanto vertical correspondem à média entre vante e ré.

3 - FORMULAÇÃO

Na Estadimetria a luneta deve permanecer horizontalizada, Figura 2, enquanto que na Taqueometria a luneta assume qualquer inclinação, Figura 3.

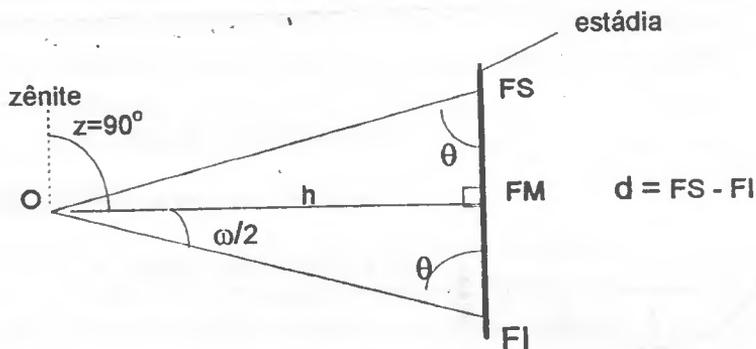


Figura 2 - Luneta horizontalizada

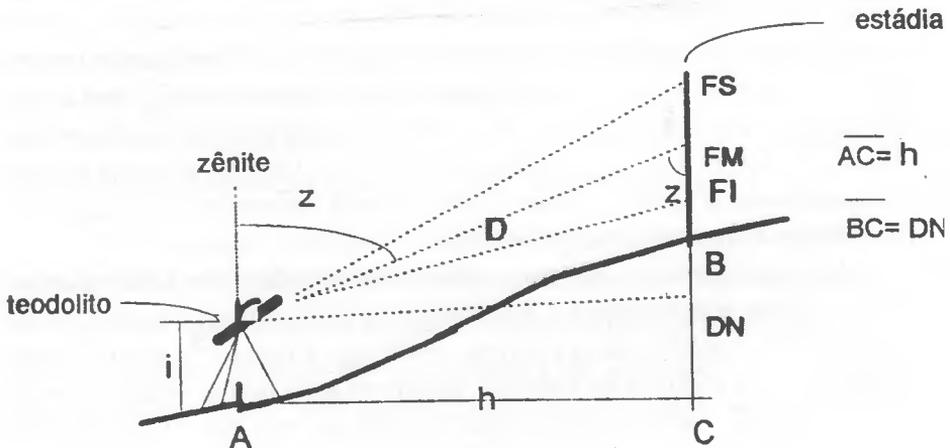


Figura 3 - Luneta inclinada

Na Estadimetria, Figura 2, a distância horizontal (h) é obtida pela equação:

$$h = (FS-FI) 100 = 100 d \quad (1)$$

onde 100 é a constante estadimétrica, resultante da razão entre a distância focal e a distância entre os fios estadimétricos.

Baseado na Figura 2, pode-se escrever:

$$FS - FM = FM - FI = \frac{d}{2} \quad (2)$$

Do triângulo retângulo O-FM-FI tem-se:

$$\operatorname{tg} \frac{\omega}{2} = \frac{d}{2h} = \frac{d}{200d} = \frac{1}{200} \quad (3)$$

logo,
$$\frac{\omega}{2} = 0^{\circ}17'11,32''$$

e
$$\theta = 89^{\circ}42'48,68''$$

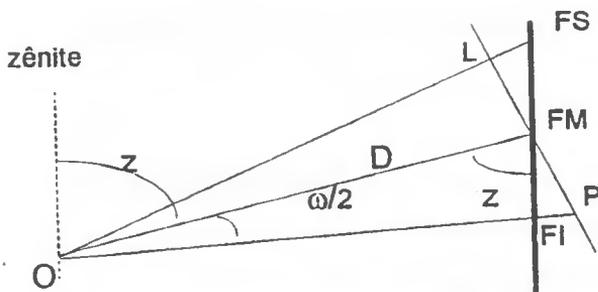
Na Taqueometria a incidência da imagem do fio médio, geralmente, não ocorre perpendicularmente à estadia, a exemplo da Estadimetria, e, sim, com um ângulo igual a distância zenital, Figura 2. Assim pode-se escrever que:

$$FS - FM = t \quad (4a)$$

logo,
$$FM - FI = t' \quad (4b)$$

$$FS - FI = t + t' \quad (5)$$

Para efeito de dedução, inclina-se a estadia, de sorte que a incidência da imagem do fio médio sobre ela seja perpendicular, Figura 4. Desta feita, dois triângulos quaisquer, semelhantes, são formados, sendo o α comum aos dois. Os dois triângulos aqui considerados são: FS-L-FM e FM-P-FI.



Ângulos :

$$O-FS-FI = \lambda$$

$$O-L-P = O-P-L = \theta$$

$$FS-FI-P = \gamma$$

$$FI-FM-P = \alpha ; O-FM-FI = Z$$

Figura 4 - Mostra a incidência de fio médio sobre a estadia na Taqueometria

Dos dois triângulos extraem-se as seguintes relações:

$$\alpha = 90^\circ - Z \quad (6)$$

$$\gamma = Z + 0^\circ 17' 11,32'' \quad (7)$$

$$\lambda = Z - 0^\circ 17' 11,32'' \quad (8)$$

Para simplificar as demonstrações adiante, considerem-se as seguintes igualdades:

$$d' = FM - P \quad (9)$$

$$d'' = FM - L \quad (10)$$

Na Figura 4 em destaque o triângulo FM-P-FI, deduz-se a seguinte relação:

$$d' = \frac{t \operatorname{sen} \gamma}{\operatorname{sen} \theta} \quad (11)$$

e de forma similar no triângulo FS-L-FM,

$$d'' = \frac{t' \operatorname{sen} \lambda}{\operatorname{sen} \theta} \quad (12)$$

sendo

$$d = d' + d'' \quad (13)$$

e substituindo d' e d'' pelos correspondentes termos da (11) e (12) tem-se:

$$d = \frac{t \operatorname{sen} \gamma + t' \operatorname{sen} \lambda}{\operatorname{sen} \theta} \quad (14)$$

como,

$$D = 100 d \quad (15)$$

logo,

$$D = 100 \left(\frac{t \operatorname{sen} \gamma + t' \operatorname{sen} \lambda}{\operatorname{sen} \theta} \right) \quad (16)$$

onde D é a distância inclinada

Na equação (16) substitui-se o $\operatorname{sen} \gamma$ e $\operatorname{sen} \lambda$ pelas expressões seguintes:

$$\operatorname{sen} \gamma = \operatorname{sen} (Z + 0^\circ 17' 11,32'') = 0,9999875 \operatorname{sen} Z + 0,0049999596 \cos Z$$

$$\operatorname{sen} \lambda = \operatorname{sen} (Z - 0^\circ 17' 11,32'') = 0,9999875 \operatorname{sen} Z - 0,0049999596 \cos Z$$

logo,

$$D = 100 \left(\frac{0,9999875 \operatorname{sen} Z + 0,0049999596 t \cos Z}{0,9999875} + \frac{0,9999875 t' \operatorname{sen} Z - 0,0049999596 t' \cos Z}{0,9999875} \right)$$

desenvolvendo fica:

$$D = 100 [(t+t') \operatorname{sen} Z + 0,005000022 \cos Z (t - t')] \quad (17)$$

Das relações (4a) e (4b) deduz-se que:

$$t + t' = FS - FI$$

$$t - t' = FS + FI - 2 FS$$

e substituindo-as na equação (17) obtém-se:

$$D = 100 (FS - FI) \operatorname{sen} Z + 0,5000022 (FS + FI - 2 FM) \quad (18)$$

A distância horizontal (h), Figura 4, é obtida pela:

$$h = D \operatorname{sen} Z \quad (19)$$

Substituindo na equação (19) a distância inclinada (D) obtida pela equação (18), obtém-se:

$$h = 100 (FS - FI) \operatorname{sen}^2 Z + 0,5000022 (FS + FI - 2 FM) \cos Z \operatorname{sen} Z \quad (20)$$

A diferença de nível (DN), Figura 3, é obtida pela equação:

$$DN = D \cos Z + i - FM \quad (21)$$

Substituindo na equação (21) o valor da distância inclinada (D) dada pela equação (18), tem-se:

$$DN = 100 (FS - FI) \operatorname{sen} Z \cos Z + 0,5000022 (FS + FI - 2 FM) \cos^2 Z + i - FM$$

introduzindo $\operatorname{sen} 2Z = 2 \operatorname{sen} Z \cos Z$ na equação acima fica:

$$DN = 50 (FS - FI) \operatorname{sen} 2Z + i - FM + 0,5000022 (FS + FI - 2 FM) \cos^2 Z \quad (22)$$

As equações (20) e (22) são destinadas ao cálculo da distância horizontal e da diferença de nível, respectivamente, pela Taqueometria, com emprego do teodolito, cujos elementos envolvidos são:

h distância horizontal;

DN diferença de nível;

FS leitura estadimétrica correspondente ao fio superior;

FM leitura estadimétrica correspondente ao fio médio;

FI leitura estadimétrica correspondente ao fio inferior;

i altura absoluta do teodolito;

Z distância zenital observada que, por sua vez é obtida pela expressão:

$$Z = \frac{360 + ZD - ZI}{2} \quad (23)$$

onde:

ZD ângulo zenital na posição direta da luneta;

ZI ângulo zenital na posição inversa da luneta.

O último termo da equação (20) e (22) é considerado aqui de correção às fórmulas convencionais da Taqueometria, com emprego do teodolito. Ditas fórmulas convencionais são:

$$h = 100 (FS - FI) \operatorname{sen}^2 Z \quad (24)$$

$$DN = 50 (FS - FI) \operatorname{sen} 2Z + i - FM \quad (25)$$

As aproximações adotadas para chegar às equações acima foram as seguintes:

- 1 - o ponto de interseção dos segmentos de reta LP e FS-FI ocorre na imagem do fio inferior;
- 2 - o ângulo reto passa a ser considerado no ponto da interseção do segmento LP com a imagem do fio superior, ou seja, $\theta = 90^\circ$;
- 3 - o ângulo zenital (Z) é considerado igual ao λ

4 - APLICAÇÃO NUMÉRICA

As aplicações vão mostrar as contribuições dos termos considerados de correção às fórmulas convencionais da Taqueometria, por esta razão não se aplicará integralmente as equações (20) e (22).

Os termos de correção da distância horizontal e vertical, respectivamente, são:

$$ch = 0,5000022 (FS + FI - 2FM) \cos Z \operatorname{sen} Z \quad (26)$$

$$cv = 0,5000022 (FS + FI - 2FM) \cos^2 Z \quad (27)$$

O termo entre parênteses das (26) e (27) é igual a zero quando a luneta estiver horizontalizada. Como a estádia topográfica não oferece precisão de leitura, que possa avaliar na prática a diferença $(t-t') = FS + FI - 2FM$, por

esta razão t e t' serão obtidos aqui, mediante as equações deduzidas dos triângulos O-FS-FM e O-FM-FI, Figura 4, considerando o valor da distância inclinada D sem o termo de correção, logo:

$$t = \frac{0,49999596 (FS - FI) \operatorname{sen} Z}{\operatorname{sen} (Z - 0^\circ 17'11,32'')} \quad (28)$$

$$t' = \frac{0,49999596 (FS - FI) \operatorname{sen} Z}{\operatorname{sen} (Z + 0^\circ 17'11,32'')} \quad (29)$$

Aplicação 1

Dados: $Z = 89^\circ 10' 20''$
 $FS = 2,150 \text{ m}$
 $FM = 1,575 \text{ m}$
 $FI = 1,000 \text{ m}$
 $i = 1,520 \text{ m}$

Resolução:

$$t = 0,57504 \text{ m}$$

$$t' = 0,57496 \text{ m}$$

$$t - t' = 0,00008 \text{ m}$$

aplicando os termos das correções, tem-se:

$$ch = + 5,77 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$cv = - 8 \times 10^{-9} \text{ m}$$

Aplicação 2

Dados: $Z = 90^\circ 36' 22''$
 $FS = 2,320 \text{ m}$
 $FM = 1,660 \text{ m}$
 $FI = 1,000 \text{ m}$
 $i = 1,615 \text{ m}$

Resolução:

$$t = 0,65997 \text{ m}$$

$$t' = \underline{0,66004 \text{ m}}$$

$$t - t' = 0,00007 \text{ m}$$

aplicando os termos das correções, tem-se:

$$ch = + 3,7 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$cv = - 3 \times 10^{-9} \text{ m}$$

5 - CONCLUSÃO

As aplicações numéricas constataram que as contribuições dos termos de correção às fórmulas convencionais da Taqueometria, com emprego do teodolito, não são significantes face à precisão que é peculiar à técnica.

A contribuição dos termos de correção é diretamente proporcional às distâncias, horizontal e vertical, considerando que, no horizonte, ou seja, $Z = 90^\circ$, não há correção em ambas as medidas (horizontal e vertical), não só pelo fato do $\cos 90^\circ = 0$, como, também, o termo $(FS + FI - 2FM)$ ser nulo.

Conclui-se, também, que a influência da correção é teoricamente maior sobre a distância horizontal, e sempre aditiva, independentemente do sinal da declividade do terreno, enquanto que, para diferença de nível o sinal da correção é dado pelo termo $(FS + FI - 2FM)$, que, por sua vez, é positiva para visadas acima do horizonte e negativa para baixo.

(Aprovado para publicação em 01.07.97)

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

JORDAN, W. **Tratado general de topografia**. Barcelona: G. Gili, 1978. 572p.

LELIS, S. **Curso de topografia**. Porto Alegre: Globo, 1961. 655p.

PASINI, C. **Tratado de topografia**. Buenos Aires: G. Gili, 1948. 615p.

ROCHA, A. F. **Tratado teórico e prático de topografia**. Rio de Janeiro: Reper, 1970. 565p.